Supponiamo che le curve u = cost. sieno quelle che costituiscono una delle famiglie cp : basterà per ciò porre *<p = u,* e le curve v = cost. diventeranno in tal modo le trajet-torie ortogonali di una (qualunque) delle famiglie di curve definite dalla (17). Ora facendo co = u si ottiene *G = EG.f(u),* quindi

P — JL - /(«0 •'

ossia

- = r d V

$$\frac{dE}{} = o;$$

dunque, per un notissimo teorema di GAUSS, le trajettorie sono costituite da una serie di linee geodetiche, come si era asserito.

Per una superficie sviluppatale si può prendere 7^=1, e si ricade così nella nota equazione del parallelismo nel piano *).

L'equazione (17) venne data anche da GAUSS **), che la dedusse dalla trasformazione delle coordinate curvilinee; essa fu recentemente richiamata dal sig. WEINGAR-TEN ***), il quale ha osservato come essa corrisponda all'equazione del moto di un punto sopra una superficie, quando sul medesimo non agiscano forze esterne.

V.

Restituiamo a 9 il significato che ha nell'equazione (i i), ed indichiamo con s l'arco della linea cp = cost. ; avremo

5 cp *du* ________ *dy* $_t$ *d v* ,,
dv 'ds *du ' ds*

e quindi

*) BORDONI, *Sul parallelismo* [Atti dell'Istituto Lombardo, voi. I (1858), pag. 209]. **) *Disquisitiones generahs circa superficies curvas,* art. XXII.

***) *Ueber die Flàchen deren Normalen eine gegébene Flàche burùhren* [Journal fùr die teine und angewandte Mathematik, Bd. LXII (1863), pag. 61].